UOT 539.12

PLAZMA VƏ ONA OXŞAR MÜHİTLƏRDƏ ÇERENKOV ŞÜALANMASI

M.R.RƏCƏBOV, A.M.QASIMOVA
Bakı Dövlət Universiteti
m_rajabov@mail.ru

İşdə plazma və ona oxşar mühitlərdə Çerenkov şüalanmasının tam ifadəsi tapılmışdır. Plazma və plazmaya oxşar mühitlərdə bəzi yaxınlaşmada $\varepsilon^{tr}\left(\omega, \frac{\omega}{c} n(\omega)\right)$ *ifadəsi müəyyən olunmuşdur.Gösrərilmişdir ki, belə mühitlər eyni bir tezlikli sahə üçün bir neçə sındırma əmsalına malik olur.*

Açar sözlər: Çerenkov şüalanması, dielektrik nüfuzluğu tenzoru, dispersiya tənliyi

Sürətlə hərəkət edən yüklü zərrəcik mühitdə hərəkət edərkən elektromaqnit dalğaları şüalandırır. Uducu mühitdə bu dalğalar tez bir zamanda sönür, bu da sürətli zərrəciyin mühitdə elektromaqnit dalğalarını həyəcanlandırması zamanı mühitə enerji ötürməsinə gətirir. Buna görə də, sürətlə hərəkət edən yüklü zərrəcik mühitdə hərəkət edərkən öz enerjisinin bir hissəsini itirir. Biz fərz edəcəyik ki, həyəcanlanan elektromaqnit dalğalarının enerjisi zərrəciyin enerjisindən kiçikdir. Hərəkət edən zərrəciyin enerjisi aydındır ki, hissəciyin yaratdığı elektronmaqnit sahəsi tərəfindən təsir edən tormozlanma qüvvəsinin vahid uzunluqda gördüyü işlə müəyyən olunur. Bu qüvvənin gördüyü iş belə təyin olunur:

$$W = -\frac{\vec{v}\vec{F}}{v} = -\frac{e(\vec{v}\vec{E})}{v} \tag{1}$$

Bu düsturda zərrəciyin yerləşdiyi nöqtədəki elektrik sahəsinin intensivliyini ($\vec{E}(\vec{r},t)$) yerinə qoymaq lazımdır.

Beləliklə, yüklü zərrəciyin mühitdə enerji itkisini hesablamaq üçün onun yaratdığı enerji sahəsinin gərginliyini $\left(\vec{E}(\vec{r},t)\right)$ təyin etməliyik.

Sürətlə hərəkət edən yüklü zərrəciyin fəzaya görə bircins və qeyri – məhdud mühitdə hərəkətinə baxaq. Furye ayrılışından istifadə edərək zərrəciyin yaratdığı sahəni $e^{i\vec{k}\vec{r}-i\omega t}$ dalğaları şəklində götürək.

Elektrik sahəsinin intensivliyinin Furye obrazı üçün belə bir tənlik alırıq:

$$\left\{k^2\delta_{ij} - k_i k_j - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{ij}(\omega,\vec{k})\right\}E_j = \frac{4\pi i\omega}{c^2} j_{0i}(\omega,\vec{k}) \tag{2}$$

Burada $\vec{j}_0(\omega,\vec{k})$ - xarici mənbələrin yaratdığı sahənin cərəyan sıxlığının

Furye obrazıdır. $\varepsilon_{ij}(\omega,\vec{k})$ dielektrik nüfuzluğu tenzorunun ω – dan asılılığı tezlik dispersiyasını, k – dan asılılığı isə fəza dispersiyasını ifadə edir.

Bizim baxdığımız halda e yükünə malik $\vec{v}$ sürəti ilə mühitdə hərəkət edən zərrəciyin yaratdığı cərəyanın sıxlığı belə təyin olunur:

$$\vec{j}_0(\vec{r},t) = e\vec{v}\delta(\vec{r}-\vec{v}t) \tag{3}$$

Bu halda cərəyan sıxlığının Furye kompinenti aşağı şəkildədir:

$$\vec{j}_0(\omega,\vec{k}) = \frac{e\vec{v}}{(2\pi)^3}\delta(\omega-\vec{k}\vec{v}) \tag{4}$$

İzotrop mühitdə (2) ifadəsi bu şəklə düşür:

$$\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon^l(\omega,k)\frac{\vec{k}(\vec{k}\vec{E})}{k^2} - \left(k^2-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon^{tr}(\omega,k)\right)\left(\vec{E}-\frac{\vec{k}(\vec{k}\vec{E})}{k^2}\right) = -\frac{4\pi i\omega}{c}\vec{j}_0(\omega,\vec{k}) \tag{5}$$

Bu ifadəni skalyar olaraq $\vec{k}$ – ya vursaq, alarıq:

$$(\vec{k}\vec{E}) = -\frac{4\pi i}{\omega\varepsilon^l(\omega,k)}\vec{k}\vec{j}_0(\omega\vec{k}) \tag{6}$$

Buradan elektrik sahəsinin intensivliyi üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$E = -\frac{4\pi i\omega}{k^2}\left\{\frac{k_ik_j}{\omega^2\varepsilon^i} - \frac{k^2\left(\delta_{ij}-\frac{k_ik_j}{k^2}\right)}{c^2\left(k^2-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon^{tr}\right)}\right\}j_{0j} \tag{7}$$

Elektrik sahəsinin Furye obrazını isə belə təyin edirik:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \int_{-\tau}^{x} d\omega\int d\vec{k}e^{ikr-i\omega t}\,\vec{E}(\omega,\vec{k}) \tag{8}$$

Sahənin mənbəyi hərəkət edən yük olduqda (4) ifadəsini (8)-də nəzərə alsaq, alarıq:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{4\pi ie}{(2\pi)^3}\int d\vec{k}\frac{e^{i\vec{k}r-i\vec{v}\vec{k}t}}{k^2}\left\{\frac{\vec{k}}{\varepsilon^l(\vec{k}\vec{v},\vec{k})} - \frac{k^2(\vec{k}\vec{v})\left(\vec{v}-\frac{\vec{k}(\vec{k}\vec{v})}{k^2}\right)}{c^2\left[k^2-\frac{(\vec{k}\vec{v})^2}{c^2}\varepsilon^{tr}(\vec{k}\vec{v},k)\right]}\right\} \tag{9}$$

(1) ifadəsindən istifadə edərək zərrəciyin mühitdə hərəkəti zamanı vahid uzunluqda enerji üçün aşağıdakı ifadə alınar:

$$W = \frac{ie^2}{2\pi^2 v}\int d\vec{k}\frac{\vec{k}\vec{v}}{k^2}\left\{\frac{1}{\varepsilon^l(\vec{k}\vec{v},\vec{k})} - \frac{k^2\left(v^2-\frac{(\vec{k}\vec{v})^2}{k^2}\right)}{c^2\left[k^2-\frac{(\vec{k}\vec{v})^2}{c^2}\varepsilon^{tr}(\vec{k}\vec{v},\vec{k})\right]}\right\} \tag{10}$$

Belə bir işarələmə qəbul edək:

$$\vec{k}\vec{v} = \omega; \quad q^2 = k^2 - \omega^2/v^2$$

Bu halda yuxarıdakı ifadə bu şəklə düşür:

$$W = \frac{ie^2}{\pi v^2}\int_{-\infty}^{\infty}\omega d\omega\int_0^{\infty}\frac{qdq}{q^2+\frac{\omega^2}{v^2}}\left\{\frac{1}{\varepsilon\left(\omega,\sqrt{q^2+\frac{\omega^2}{v^2}}\right)} - \frac{v^2}{c^2}\frac{q^2}{q^2+\omega^2\left[\frac{1}{v^2}-\frac{1}{c^2}\varepsilon^{tr}\left(\omega,\sqrt{q^2+\frac{\omega^2}{v^2}}\right)\right]}\right\} \tag{11}$$

Eninə və uzununa dielektrik nüfuzluğunun həqiqi hissəsi cüt funksiyadır, xəyali hissəsi isə tək funksiyadır.

Bir elektronun mühitdə itirdiyi enerjini uzununa və eninə şüalanmanın cəmi şəklində göstəririk:

$$W = W^{t} + W^{tr} \tag{12}$$

$$W^{l} = -\frac{2e^2}{\pi v^2}\int_0^{\infty}\omega d\omega \int_0^{\infty}\frac{qdq}{q^2+\frac{\omega^2}{v^2}} \mathrm{I}_m \frac{1}{\varepsilon^{l}\left(\omega,\sqrt{q^2+\frac{\omega^2}{v^2}}\right)} \tag{13}$$

$$W^{tr} = \frac{2e^2}{\pi c^2}\int_0^{\infty}\omega d\omega \int_0^{\infty}\frac{q^3dq}{q^2+\frac{\omega^2}{v^2}} \mathrm{I}_m \frac{1}{q^2+\omega^2\left[\frac{1}{v^2}-\frac{1}{c^2}\varepsilon^{tr}\left(\omega,\sqrt{q^2+\frac{\omega^2}{v^2}}\right)\right]} \tag{14}$$

Qeyd etmək lazımdır ki, (11) əsas rolu o inteqrallanma oblastları oynayır ki, orada eninə və uzununa dielektrik nüfuzluqlarının xəyali hissəsi kifayət qədər kiçikdir. Bu oblastlarda (11) düsturundakı mötərizə içərisindəki hədlər sıfra yaxınlaşır və bu halda inteqralaltı ifadə polyusa malik olur. Əvvəldən məlumdur ki, termodinamik tarazlıqda olan mühitlər aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$$Im\,\varepsilon^{l} \geq 0; \qquad Im\,\varepsilon^{tr} \geq 0$$

Həmçinin biz belə bir bərabərliyin doğru olduğunu bilirik.

$$lim_{\delta\to+0}\frac{1}{x+i\delta} = \frac{P}{x} - i\pi\delta(x)$$

Bütün bunları nəzərə alsaq, alarıq:

$$Im\frac{1}{q^2+\omega^2\left[\frac{1}{v^2}-\frac{1}{c^2}\varepsilon^{tr}\left(\omega,\sqrt{q^2+\frac{\omega^2}{v^2}}\right)\right]} = Im\frac{1}{q^2+\omega^2\left[\frac{1}{v^2}-\frac{1}{c^2(\varepsilon'^{\,tr}+i\varepsilon''^{\,tr})}\right]} = \frac{\Phi}{q^2+\omega^2\left[\frac{1}{v^2}-\frac{1}{c^2}\varepsilon^{tr}\right]} - i\pi\delta\left(q^2+\omega^2\left(\frac{1}{v^2}-\frac{1}{c^2}\varepsilon^{tr}\right)\right)$$

Burada $\varepsilon^{tr}\to 0$, nəticədə alarıq:

$$W^{l} = \frac{2e^2}{v^2}\int_0^{\infty}\omega d\omega \int_0^{\infty}\frac{qdq}{q^2+\frac{\omega^2}{v^2}}\delta\left[\varepsilon^{l}\left(\omega,\sqrt{q^2+\frac{\omega^2}{v^2}}\right)\right] \tag{15}$$

$$W^{tr} = \frac{2e^2}{c^2}\int_0^{\infty}\omega d\omega \int_0^{\infty}\frac{q^3dq}{q^2+\frac{\omega^2}{v^2}}\delta\left[q^2+\omega^2\left(\frac{1}{v^2}-\frac{1}{c^2}\varepsilon^{tr}\left(\omega,\sqrt{q^2+\frac{\omega^2}{v^2}}\right)\right)\right] \tag{16}$$

Bu ifadələrdən görürük ki, zərrəciyin enerji itkisi o halda məna kəsb edir ki, $\delta -$ funksiyanın arqumenti sıfra bərabər olsun.

Sonuncu iki ifadə enerji itkisinin uzununa və eninə şüalanmasına uyğundur. Biz mühitdə zərrəciyin itirdiyi enerjini iki enerjinin cəmi şəklində yazdıq. Birinci toplanan mühitdə qeyri – relyativistik elektronun uzununa enerji itkisidir. İkinci toplanan isə, elektronun mühitdəki eninə enerji itkisidir. Bir çox hallarda uzununa enerji itkisini polyarizasiya və ya Bor itkisi adlandırırlar. Eninə enerji itkisi isə Çerenkov itkisidir. Biz ikinci halı, yəni Çerenkov şüalanmasını araşdıraq.

Fəza dispersiyasını nəzərə almasaq, eninə dalğaların şüalanma enerji itkisi aşağıdakı şəklə düşür:

$$W^{tr} = \frac{2e^2}{c^2}\int_0^\infty \omega d\omega \int_0^\infty \frac{q^3 dq}{q^2 + \frac{\omega^2}{v^2}}\delta\left[q^2 + \omega^2\left(\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}\varepsilon(\omega)\right)\right] =$$

$$= \frac{e^2}{c^2}\int_0^\infty \omega d\omega\left(1 - \frac{c^2}{\varepsilon v^2}\right) = \frac{e^2}{c^2}\int_0^\infty \omega d\omega\left(1 - \frac{c^2}{n^2(\omega)v^2}\right)$$

Burada $\varepsilon(\omega) = \omega^{tr}(\omega, 0)$

Müəyyən sadələşmələr nəticəsində alarıq.

$$W^{tr} = \frac{e^2}{c^2}\int_0^{\omega_m}\left(1 - \frac{c^2}{n^2(\omega)v^2}\right)\omega d\omega \quad (17)$$

Axırıncı düstur Çerenkov şüalanmasının tam enerjisinin ifadəsidir. Buradan alınır ki, Çerenkov şüalanmasının baş verməsi üçün aşağıdakı şərt ödənməlidir:

$$1 - \frac{c^2}{n^2(\omega)v} \geq 0 \qquad v \geq \frac{c}{n(\omega)} \quad (18)$$

Şüalanma bucağını tapmaq üçün belə bir şərtdən istifadə edək:

$$\omega = \vec{k}\vec{v} = kv\cos 0 = \frac{\omega}{c}n(\omega)v\cos 0\,; \qquad \cos\theta = \frac{c}{vn(\omega)} \quad (19)$$

Burada θ – Çerenkov şüalanma bucağıdır.

Bu adi Vavilov – Çerenkov şüalanmasıdır. Əgər mühit fəza dispersiyayasına malikdirsə, onda (16) ifadəsindən δ- funksiyanın xassəsinə görə yaza bilərik:

$$q^2 + \omega^2\left(\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}\varepsilon^{tr}\left(\omega, \sqrt{q^2 + \frac{\omega^2}{v^2}}\right)\right) = 0 \qquad k^2 = q^2 + \frac{\omega^2}{v^2} = \frac{\omega^2}{c^2}n^2(\omega)$$

$$k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon^{tr}(\omega, \vec{k}) = 0 \qquad n^2 = \omega^{tr}(\omega, \vec{k}) \quad (20)$$

Axırıncı ifadə eninə şüalanma üçün dispersiya tənliyidir. Plazma və plazmaya oxşar mühitlərdə bəzi yaxınlaşmalarda $\varepsilon^{tr}\left(\omega, \frac{\omega}{c}n(\omega)\right)$ ifadəsini müəyyən etmək mümkün olur. Onda dispersiya tənliyini həll edərək $n_i(\omega)\ (i = 1,2,3)$ sındırma əmsalının bir neçə qiymətini tapmaq olar. Belə mühitlər eyni bir tezlikli sahə üçün bir neçə sındırma əmsalına malik olur.

Buna misal olaraq, optik aktiv mühitləri (qəndin suda məhlulu, kvarsın suda məhlulu) göstərmək olar. Belə mühitlərdə bir neçə Çerenkov şüalanması bucağı əmələ gələcəkdir.

$$\omega = \vec{k}\vec{v} = \frac{\omega}{c}n_i(\omega)v\cos\theta_i \qquad \cos\theta_i = \frac{c}{n_i(\omega)} \quad (21)$$

Bu zaman Çerenkov şüalanması enerjisi kifayət qədər mürəkkəb şəklə malik olur və burada onun ifadəsini vermirik.

İndi ümumi halda Çerenkov effektini tədqiq edək.

$$W^{tr} = \frac{2e^2}{c^2}\int_0^\infty \omega d\omega \int_0^\infty \frac{q^3 dq}{q^2 + \frac{\omega^2}{v^2}}\delta\left[q^2 + \omega^2\left(\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}\varepsilon^{tr}(\omega, \vec{k})\right)\right]$$

Burada δ - funksiyanın xassəsindən istifadə edək.

$$\frac{\delta(q_i-q)}{2q_i-\frac{\omega^2}{c^2}\frac{\partial\varepsilon^{tr}}{\partial q_i}}=\frac{\delta(q_i-q)}{2q_i-\frac{\omega^2}{c^2}\frac{\partial\varepsilon^{tr}}{\partial\sqrt{q^2+\frac{\omega^2}{\upsilon^2}}}\frac{2q_i}{2\sqrt{q^2+\frac{\omega^2}{\upsilon^2}}}}=\frac{\delta(q_i-q)}{2q_i\left(1-\frac{\omega^2}{2c^2k}\frac{\partial\varepsilon}{\partial k}\right)};\qquad k=\sqrt{q^2+\frac{\omega^2}{\upsilon^2}}$$

Nəticədə W^{tr} üçün aşağıdakı ifadəni alarıq:

$$W^{tr}=\frac{e^2}{c^2}\int\omega d\omega\sum_i\frac{\left(1-\frac{c^2}{\upsilon^2 n_i{}^2}\right)}{1-\frac{1}{2n_i}\frac{\partial\varepsilon^{tr}}{\partial n_i}}\qquad(22)$$

Sonuncu düstur Çerenkov effektini tam ifadə edən ümumi düsturdur. Digər müəlliflərin ifadələri buradan xüsusi hal kimi alınır.

ƏDƏBİYYAT

1. Nəcəfov İ.M. Müasir klassik elektrodinamika. Bakı, 2012, 534 s.
2. Наджафов И.М., Касимова А.М. Интенсивности излучения произвольно движущегося релятивистского электрона//BDU Xəbərləri, Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, 2010, №3, s.97
3. Muzikar C. Излучение Черенкова пространственного заряда в волноводах в неограниченной среде//Czechosl. Journal Physics, 1, 1955, p.1-2.
4. Иваненко Д., Соколов И.А. Классическая теория поля, М.,1951,480 с.

ИЗЛУЧЕНИЯ ЧЕРЕНКОВА В ПЛАЗМЕ И ПЛАЗМЕПОДОБНЫХ СРЕДАХ

М.Р.РАДЖАБОВ, А.М.КАСИМОВА

РЕЗЮМЕ

В работе было получено полное выражение для излучения Черенкова в плазме и плазмеподобных средах.Опредедено выражение $\varepsilon^{tr}\left(\omega,\frac{\omega}{c}n(\omega)\right)$ в плазме и плазме-подобных средах в некоторых приближениях. Было показано, что подобные среде обладают несколькими коэффициентами преломления для поля с одной и той же частотой.

Ключевые слова: Излучение Черенкова, тензор диэлектрической проницаемости, уравнение дисперсии.

CHERENKOV RADİATİON İN THE PLAZMA OR OTHER SİMİLAR MEDİUMS

M.R.RAJABOV, A.M.GASIMOVA

SUMMARY

In this work the total relation (equation) of the Chernekov Radiation has been carried out in the plasma or other similair mediums. The expression $\varepsilon^{tr}\left(\omega,\frac{\omega}{c}n(\omega)\right)$ has been defined in plasma and plasma-like mediums. It has been shown that this kind of mediums will have a couple of refraction indices for a field with the same frequency.

Key words: Chernekov radiation, dielectric penetration tensor, dispersion relation.

Redaksiyaya daxil oldu: 09.04.2015-ci il
Çapa imzalandı: 08.06.2015-ci il